

Le concept d'algorithme en psychologie : entretien avec Gérard Vergnaud*

Par Nicolas PARATORE - Université Lumière Lyon 2 – 69000 Lyon -UMR 5191 ICAR
paratore@aliceadsl.fr

**Gérard Vergnaud est directeur de recherche émérite au CNRS. Il a soutenu sa thèse sous la direction de Jean Piaget en 1968. Il est surtout connu pour ses travaux en didactique des mathématiques, mais aussi pour être l'auteur d'une théorie importante, la théorie des champs conceptuels publiée dans un article en 1990. Cette théorie s'inscrit dans le champ de la psychologie.*

1- Introduction

Vergnaud s'est attaché à transmettre et à renouveler l'héritage Piagétien notamment le concept de schème. Dans son travail de thèse, il a d'abord utilisé et illustré le concept d'algorithme et ensuite l'a employé conjointement avec le concept de schème, en faisant du concept d'algorithme un cas particulier du concept de schème.

Il est couramment admis que l'algorithme est une procédure permettant de résoudre en un nombre fini de pas, tout problème d'une classe donnée à l'avance ou de montrer qu'il n'a pas de solution. Le schème quant à lui, est considéré comme étant « *une organisation invariante de l'activité, pour une classe de situations données* » (Vergnaud, 1991, p. 36). L'algorithme aussi est une organisation invariante de l'activité pour une certaine classe de problèmes.

Vergnaud (2001) précise que les algorithmes sont des schèmes, mais que les schèmes ne sont pas tous des algorithmes. Les schèmes ne conduiraient pas à coup sûr à la réussite. Ils auraient une marge d'incertitude. Ce serait l'effectivité, comprise comme la propriété d'aboutir en un nombre fini de pas, qui caractériserait l'algorithme par rapport au schème. Serait-ce tout ?

Dans un échange personnel avec Gérard Vergnaud en 2008, et concernant les propriétés de l'algorithme, il avait été question d'un propos nouveau, celui des rapports de nécessité entre l'organisation de l'activité et la structure relationnelle de la classe de situations à laquelle s'adresse l'algorithme. Cette idée de nécessité a également été abordée de manière succincte par Vergnaud en 2007 (voir « *Activité Humaine et conceptualisation* », p. 353).

Le but du présent échange avec Gérard Vergnaud vise à approfondir cette question des rapports de nécessité, et par-là même à faire le point sur les propriétés spécifiques des algorithmes.

2- Le concept d'algorithme en psychologie : questionnement

Pour Vergnaud (2008), les algorithmes sont souvent considérés comme étant du ressort exclusif des mathématiques et de l'informatique. Mais d'après l'auteur, leur champ d'application est en réalité beaucoup plus vaste.

Ce qui a été dit plus haut et que nous venons de rapporter au sujet de la propriété d'effectivité de l'algorithme (aboutissement en un nombre fini de pas), ne règle pas tout, car le nombre de pas peut être très grand. Selon Guet (2007), l'algorithme n'aurait pas pleinement la propriété d'adaptation qu'a le schème. En outre, lorsque le nombre de règles d'action est très grand, il devient nécessaire d'utiliser des heuristiques. Une heuristique est une procédure qui, « *sans engendrer dans tous les cas la solution d'un problème, réussit le plus souvent, grâce aux règles judicieuses qu'elle donne sur le choix des opérations à faire.* » p. 140. L'auteur fait référence aux heuristiques particulières et aux heuristiques générales.

D'après Vergnaud (2008, échange personnel avec l'auteur) deux points importants concernent

les algorithmes :

- le premier point tient à la définition des mathématiciens, soucieux que l'algorithme aboutisse en un nombre fini de pas, notamment lorsqu'on veut programmer l'algorithme sur un ordinateur. Il s'agit de la propriété d'effectivité.
- le second point tient à l'idée de nécessité : rapports de nécessité entre l'organisation de l'activité et la structure relationnelle de la classe de situations à laquelle s'adresse l'algorithme. Il faut (condition nécessaire) que les règles d'action utilisent les propriétés des relations en jeu. La plupart des exemples classiques relèvent des mathématiques, mais l'exemple du dispositif des barres encastrées est aussi un bon exemple (voir *Activité Humaine et conceptualisation*) ; les deux propriétés de l'antisymétrie pour le premier algorithme, puis de l'antisymétrie et de la transitivité pour le second, sont des invariants, c'est-à-dire des concepts-en-acte et des théorèmes-en-acte, qui organisent les règles. Il s'agit de la propriété de nécessité (c'est nous qui soulignons).

Concernant les quatre algorithmes de l'arithmétique élémentaire (addition, soustraction, multiplication et division) la structure relationnelle est celle de la numération de position. Mais il ne suffit pas d'enseigner les règles de ces opérations pour que les élèves se les approprient. En fait, et en particulier pour la division, beaucoup d'élèves transforment les règles apprises et produisent des erreurs. Ce ne sont plus des algorithmes mais des schèmes personnels. Les règles des schèmes ne sont pas toutes opératoires. Elles n'en sont pas moins des règles.

Cette propriété de nécessité nous semble nouvellement énoncée. Elle l'a été pour la première fois en 2007 dans l'ouvrage « *Activité Humaine et Conceptualisation* » sans que cela interpelle pour autant la communauté scientifique ayant pris part à la rédaction de cet ouvrage. Ce n'est qu'à la suite d'une discussion avec Gérard Vergnaud au sujet de nos travaux sur le schéma de principe fragmenté qu'elle nous a interpellé. Il nous a donc semblé qu'une discussion avec l'auteur pouvait nous apporter un certain éclairage à ce sujet. Nous nous sommes donc engagés avec Gérard Vergnaud, dans un entretien semi-directif qui vise à approfondir la question du concept d'algorithme.

3- L'entretien avec Gérard Vergnaud

Ce qui suit est une synthèse des propos recueillis. L'entretien a été filmé par Audrey Martin, étudiante à l'IUFM de Grenoble, le 10 juin 2009 à l'université Lumière Lyon 2. Qu'elle en soit chaleureusement remerciée.

Neuf questions ont été posées. Nous énumérons les thèmes que nous souhaitons explorer :

La question n° 1 traite de la genèse de l'usage du terme d'algorithme chez Gérard Vergnaud.

Nous cherchons à savoir comment l'auteur s'est approprié ce terme, et dans quel but ;

La question n° 2 traite de la propriété de nécessité de l'algorithme. Nous cherchons à savoir en quoi consiste cette propriété nouvellement énoncée par Gérard Vergnaud.

La question n° 3 traite du script-algorithme. Nous cherchons à savoir comment et pourquoi Gérard Vergnaud a utilisé ce mot-composé et dans quel but. D'autre part, nous posons la question de la pertinence du script-algorithme pour l'apprentissage des schémas ;

La question n° 4 traite de la rationalité de l'algorithme ;

La question n° 5 traite des composantes de l'algorithme ;

La question n° 6 traite de l'apprentissage des algorithmes ;

La question n° 7 traite du caractère des situations dans lesquels un algorithme peut se former ;

La question n° 8 est une tentative de retour sur la définition du concept de schème et sur la difficulté de l'analyse de l'activité ;

La question n° 9 traite de la parenté entre algorithme et schème.

Question n°1 : La genèse de l'usage du terme d'algorithme chez Gérard Vergnaud

Nicolas Paratore : Gérard Vergnaud bonjour. Vous vous êtes déjà exprimé longuement depuis ces 20 dernières années au sujet des concepts de schème, d'algorithme, de situation, de compétence, et aussi du concept de représentation comme étant l'objet principal de la psychologie. La liste n'est pas exhaustive. Je souhaiterais discuter avec vous de la question de la conceptualisation, et plus particulièrement du concept d'algorithme.

Vous êtes très familier avec le concept d'algorithme. Vous dites l'avoir utilisé tout d'abord dans votre travail de thèse (cité dans l'ouvrage « Activité Humaine et Conceptualisation », 2006), je vous cite :

«[...] j'étais donc à la recherche d'un concept qui me permettrait de saisir la manière dont est engendrée une suite d'actions dans une situation de résolution de problème. Et en mathématiques le concept d'algorithme se prêtait évidemment à cela [...] p. 351.

Pourriez-vous nous expliquer comment vous en êtes arrivé à employer le terme d'algorithme, et avec quelle idée ?

Gérard Vergnaud : la vie intellectuelle est faite de certaines contingences. A l'époque où j'étais jeune chercheur, le béhaviorisme et le positivisme étaient encore triomphants et moi je voulais montrer, en tant que jeune chercheur, tout le poids de la représentation et de l'organisation rationnelle de l'activité dans la conduite, celle des enfants comme celle des adultes.

Comme jeune chercheur, j'essayais de tirer profit de certaines lectures. A l'époque, le modèle de la programmation informatique était déjà présent, pas sous la forme aussi élaborée que celle d'aujourd'hui. J'ai lu alors un petit livre écrit par un chercheur russe, Trahtenbrot, intitulé « *Algorithmes et machines à calculer* » publié chez Dunod en 1963. Et j'ai trouvé mon aliment là, au bon moment, mais sans voir encore toutes les conséquences théoriques que j'ai pu en tirer par la suite.

Il est intéressant de dire quelques mots sur Trahtenbrot. Celui-ci se positionne comme un théoricien de l'informatique, et il insiste donc sur le fait qu'un programme doit se terminer en un nombre fini de pas, soit pour donner une solution, s'il en existe une, soit pour dire « j'en sais assez pour dire qu'il n'y a pas de solution ». J'ai trouvé cela très bien et j'ai même écrit un article un peu excessif, c'est le moins qu'on puisse dire, qui s'appelait « Pour *une conception algorithmique du sujet* ». Ce à quoi un ami m'a fait remarquer que « si le sujet est algorithmique, alors il n'y a plus de sujet ». Ce n'est pas cette réflexion qui m'a fait véritablement évoluer. Simplement, ma réflexion aidant, à la lumière de mes recherches sur l'apprentissage des mathématiques, je me suis bien rendu compte qu'il n'y avait pas que les algorithmes, loin de là. Il existait aussi des moyens relativement rationnels, utilisés par les enfants pour résoudre des problèmes, qui n'étaient pas algorithmiques au sens strict, mais qui menaient assez régulièrement au résultat, pas forcément à tous les coups. Le concept de schème est ainsi plus large que le concept d'algorithme. J'en ai clarifié la définition, mais il m'a fallu près de 15 ans. Je me suis inspiré dans une large mesure du concept d'algorithme pour définir le concept de schème: buts et sous-buts, règles d'action, de prise d'information et de contrôle, invariants opératoires, inférences.

J'avais participé dans les années 70 à une école d'été en Hollande avec Newel, qui était l'homme de la modélisation informatique. Le concept de règle d'action était alors couramment évoqué par Newel et Simon ; mais si l'on s'intéresse à l'idée de règle et au moyen par lequel est engendrée l'activité au fur et à mesure, il faut parler, non pas de règle d'action seulement, mais de règle d'action, de prise d'information et de contrôle. Il n'en était pas question chez Newel et Simon ; la conceptualisation n'avait pas non plus sa place, ni l'idée d'inférence. J'ai donc complété l'idée d'action par celle de prise d'informations et de contrôle. La prise d'informations, cela fait partie intégrante de l'activité, puisqu'elle est

essentielle pour la pertinence ; le contrôle cela fait aussi partie intégrante de l'activité. D'où la définition que j'utilise actuellement. Mais il ne suffit pas qu'il y ait des règles d'action pour qu'elles aboutissent en un nombre fini de pas. Et il ne suffit pas d'avoir des théorèmes et des concepts en acte pour disposer d'un rapport certain avec le réel, c'est-à-dire avec les situations qu'on est en train de traiter. Le concept de schème a donc une portée très large, et le concept d'algorithme ne peut être qu'un cas particulier, une classe particulière de schème.

En mathématique, il est assez facile d'en faire la démonstration. Par exemple, les quatre opérations de division, de multiplication, d'addition et de soustraction sont des algorithmes ; ils aboutissent en un nombre fini de pas, à la condition toutefois qu'on se donne une règle d'arrêt, car il existe des divisions qui, sans cela, n'en finiraient pas. En mathématiques, il existe beaucoup d'algorithmes, pas seulement pour les opérations avec la numération de position, mais aussi pour résoudre des problèmes d'arithmétique, de géométrie, d'algèbre. Quant on regarde les enfants et les adultes, on s'aperçoit qu'ils peuvent utiliser d'autres formes d'organisation de l'activité que les algorithmes enseignés, et d'autres concepts et théorèmes en acte, éventuellement implicites et même inconscients dans certains cas. D'où cette idée essentielle que *« tous les algorithmes sont des schèmes, mais que tous les schèmes ne sont pas des algorithmes »*.

Ainsi, dans mon histoire personnelle, j'aurais du commencer par parler du concept de schème et ensuite du concept d'algorithme. C'est le contraire qui s'est produit. Les chemins de la réflexion se font au détour des difficultés rencontrées.

Question n° 2 : La propriété de nécessité de l'algorithme

Nicolas Paratore : vous dites (2007, p. 353) que *« le caractère fini de la suite d'actions n'est pas suffisant pour parler d'algorithme ; on a aussi besoin de l'idée de nécessité puisque c'est elle qui assure la rationalité de l'action, grâce à la relation entre les propriétés des objets et celles des règles d'action »*

Vous dites quelque chose de nouveau concernant l'algorithme. J'entends par-là que cette idée de nécessité me paraît nouvelle par rapport à celle d'effectivité.

Gérard Vergnaud : c'est vrai. On ne pense pas toujours à tout dire. Pour que l'algorithme se termine en un nombre fini de pas, il faut bien qu'existe une relation nécessaire entre les propriétés des actions et les propriétés des objets. Effectivité, oui ! Mais l'idée de nécessité n'est pas contenue dans celle d'un nombre fini de pas. Si l'on se contente du critère de la finitude qu'en est-il de la nécessité, de la rationalité ?

Question n° 3 : La question du concept de script-algorithme

Nicolas Paratore : vous avez introduit le concept de script-algorithme à la fin des années 80 pour parler de l'organisation de l'activité. Je vous cite (propos recueillis dans l'ouvrage *« Activité Humaine et Conceptualisation »*, 2007) :

« j'avais introduit, il y a vingt ans, le concept de script-algorithme pour parler de l'organisation de l'activité dans la résolution d'un système d'équations, justement pour indiquer l'intrication de la progression de l'activité de pensée avec la progression des formes symboliques utilisées. C'est une question pertinente pour les notations, pour les dessins, pour les schémas, et pour le langage à mi-mot qui accompagne la pensée. On rejoint ainsi les préoccupations de Vygotski concernant le langage égocentrique et le langage intérieur ».

Nicolas Paratore : qu'entendez-vous par *« script algorithme »* ?

Gérard Vergnaud : C'est un algorithme qui repose beaucoup sur l'écriture. C'est un algorithme qui contrairement à d'autres algorithmes, a besoin de s'appuyer sur des signifiants.

C'est le cas des algorithmes associés à la numération. L'autre cas que je pourrais citer rapidement est celui de l'algèbre. Sans les signifiants, l'algorithme ne pourrait pas fonctionner. Mais le dessin est aussi un signifiant important en géométrie.

Contrairement à ce qu'on croit naïvement, le travail sur les signifiants n'est pas suffisant : en algèbre, les opérations sur les symboles doivent être accompagnées dans la pensée par un travail sur les signifiés compatible avec celui conduit sur les signifiants. Du coup, cela complique les relations entre l'explicite et l'implicite.

Le concept de script algorithme a été relativement contingent dans mon travail de recherche.

Nicolas Paratore (Relance) : mais alors pourquoi plus particulièrement l'usage du terme « *script* » ?

Gérard Vergnaud : justement parce que les symboles et les formes dessinées (dessins géométriques, schémas, tableaux...) sont indispensables à la conduite de l'activité.

Nicolas Paratore (Relance) : en quoi le concept de script-algorithme est-il pertinent pour les schémas (que vous qualifiez de forme prédicative de la connaissance) ?

Gérard Vergnaud : dans un schéma, on a des régions et des places qui ont une certaine signification, de même que les traits et les flèches. Tout se passe comme si on opérait sur ces signes en même temps qu'on raisonne sur ce qu'ils représentent.

J'ai beaucoup argumenté sur l'existence première de la « *forme opératoire* » de la connaissance. Parler de « *forme prédicative* » pour moi, c'est respecter le fait que la connaissance s'exprime aussi par des énoncés et des formes symboliques, notamment dans la science.

Question n° 4 : Des règles d'action dans l'algorithme dont on ne connaîtrait pas toujours la signification ?

Nicolas Paratore : j'ai pu lire dans l'ouvrage « *Activité humaine et conceptualisation* » que certains chercheurs pensaient qu'un algorithme est « *la simple application de règles conventionnelles classées et ordonnées* ».

Pour le dire autrement, pensez-vous que les suites d'opérations d'un algorithme puissent représenter pour un sujet, un travail dont il ne connaît pas la signification ?

Gérard Vergnaud : les algorithmes sont transmis par la culture la plupart du temps. La tentation est grande de dire qu'on fait comme on a appris : on fait comme ceci, on fait comme cela, on n'a pas besoin de savoir pourquoi. Dans la vie professionnelle, il existe beaucoup de procédures prescrites, obligatoires, sans qu'on les explique ni les justifie auprès de ceux qui sont censés les utiliser. Le fait est que, si on étend un peu le concept d'algorithme aux procédures transmises par la culture et imposées, alors la conscience de la rationalité et de la nécessité apparaît faible et marginale. L'idée de faire comme on a appris et de ne pas se poser la question de savoir comment ça marche ou pas, est une idée importante de la transmission sociale des compétences. Le problème est qu'on ne peut pas faire de ce point de vue une théorie générale : c'est un point de vue trop fruste pour rendre compte de l'apprentissage et de l'expérience. La société moderne est quand même construite sur la question de la rationalité.

Nicolas Paratore (Relance) : vous dites que l'apprentissage et le développement cognitif posent le problème de la construction de la rationalité. La rationalité, pour l'algorithme comme pour le schème, n'est-ce pas la question du sens de toutes les composantes ?

Gérard Vergnaud : certes, mais je retiens surtout la formule que « *le sens, c'est les schèmes* ». C'est une formule forte. Je la reprends après Piaget, qui s'exprimait effectivement ainsi.

Pourquoi une telle formule ? Parce que le critère du sens c'est l'activité, avec toutes ses composantes : supprimez le but, il n'y a plus de sens ; supprimez l'organisation de l'activité par les règles, il n'y a plus de sens ; supprimez les concepts-en-acte qui sont le moyen d'identifier les objets du réel et leurs propriétés, il n'y a plus de sens ; supprimez les inférences, qui témoignent de l'intense activité de la pensée en situation, il n'y a plus de sens.

Question n° 5 : les composantes de l'algorithme

Nicolas Paratore : en définitive, l'algorithme aurait-il les mêmes composantes que le schème ?

Gérard Vergnaud : tout à fait, les algorithmes et les schèmes possèdent les mêmes composantes, buts et sous-buts, règles d'actions, invariants opératoires, inférences en situation. Mais, dans le cas de l'algorithme, quand on met en œuvre ces règles d'action, de prises d'information et de contrôle, on aboutit en un nombre fini de pas, en raison des rapports de nécessité dont on a parlé tout à l'heure. C'est vrai pour la réussite et la démonstration même si c'est plus délicat.

Question n° 6 : l'apprentissage des algorithmes

Nicolas Paratore : vous dites que les algorithmes sont appris à l'école principalement.

Puisque l'algorithme pose le problème de la question de la rationalité, que devrait-on faire, justement, lors de leur apprentissage, afin de construire (un tant soit peu) de rationalité ?

Gérard Vergnaud : il n'y a pas de réponse générale à cela, puisque chaque domaine de la pensée a ses propres critères de rationalité ; mais on peut dire cependant que la relation entre les propriétés de l'action et les propriétés des objets du réel sont le lieu principal de la construction de la rationalité.

Question n° 7 : Quel est le caractère des situations dans lesquelles peut prendre place un algorithme ?

Nicolas Paratore : dans une tentative de classification des situations d'apprentissages (1964), vous parlez des différentes situations auxquelles un sujet peut être confronté. Vous évoquez alors le caractère éventuellement aléatoire d'une situation ; éventuellement régulier ; éventuellement nécessaire.

Où situez-vous l'algorithme dans tout cela ?

Gérard Vergnaud : cette classification résulte des discussions que j'ai pu avoir avec Pierre Gréco qui était alors l'assistant de Piaget. Gréco distinguait les situations nécessaires, les situations déterminées, les situations régulières et les situations aléatoires. J'ai supprimé la distinction entre situations régulières et situations déterminées, en considérant que, pour les situations déterminées, l'important était qu'elles soient régulières. En effet, au niveau des observables, on a des régularités ; ce n'est pas parce qu'on sait qu'on a un mécanisme qui les détermine qu'on en sait davantage. Au bout du compte, il y a selon moi trois cas importants à distinguer dans le rapport au réel : les situations nécessaires, les situations régulières et les situations aléatoires.

Une définition relativement naïve des situations aléatoires est qu'on ne peut pas prévoir les événements singuliers, parce qu'on n'a aucune information permettant de le faire, même au niveau des observables.

Dans une situation seulement régulière, on n'a pas toute l'information qui serait nécessaire : on dispose seulement des régularités entre observables, sans savoir ce qu'il y a derrière.

Dans une situation nécessaire, on dispose au contraire de toute l'information utile, et c'est ce privilège qui permet l'émergence de la rationalité, laquelle rationalité émigre ensuite vers des situations non nécessaires, seulement régulières, voire aléatoires.

Prenons la métaphore de la caverne de Platon : celui qui voit les ombres, a à faire à une situation seulement régulière, car il n'a pas accès au mécanisme qui produit l'ombre. J'ai croisé la distinction entre nécessaire, régulier et aléatoire avec une autre distinction, entre productif, passif et interactif :

Les situations productives sont les situations où ce qui se passe ne dépend que de mon action propre, en tant que sujet intervenant dans le monde ;

Les situations passives sont les situations où ce qui se passe, ne dépend pas de mon action propre mais seulement de processus extérieurs, sur lesquels je n'ai pas de prise : le mouvement des planètes par exemple ou la météorologie...

Les situations interactives sont les situations dans lesquelles les phénomènes qui se produisent dépendent à la fois de mon action et de processus extérieurs;

La plupart des situations de la vie courante sont des situations à la fois aléatoires et interactives. Et elles ne peuvent pas nous fournir une idée claire de la rationalité. Les situations seulement régulières non plus. Les philosophes empiristes n'ont pas bien vu cette impossibilité.

Selon moi la source de la rationalité se trouve dans les situations nécessaires et productives. Pour en revenir aux algorithmes, je dirai que c'est dans ces situations-là qu'ils prennent leur sens en premier : pour produire des effets sur le monde ; comme on a à faire à des situations nécessaires, on peut régler son activité de manière à produire des effets à coup sûr. Il n'y a pas beaucoup de situations offrant ce privilège.

Tableau 1 : Les catégories de situations et place de l'algorithme, d'après Vergnaud.

	nécessaires	régulières	aléatoires
productives	Algorithme		
passives			
interactive			

Question n° 8 : Quelques mots sur le concept de schème

Nicolas Paratore : Vous avez donné une définition du schème qui est la suivante (je vous cite, d'après vos écrits de 2002, p. 112) : le schème est une organisation invariante de la conduite pour une classe de situations donnée, Et vous précisez que « *c'est l'organisation qui est invariante, non pas l'activité ni la conduite : le schème n'est pas un stéréotype (...). Un schème engendre une diversité de conduites et d'activités selon les caractéristiques particulières des situations rencontrées* ». (Vergnaud, 2002, p. 112).

Il semblerait que le concept de schème ne soit pas facile à utiliser pour qui fait de la recherche. Qu'en pensez-vous ?

Gérard Vergnaud : les didacticiens de mathématiques par exemple, n'ont pas bien compris le concept de schème. Ils ont beaucoup de mal avec ce concept, qui vient de la psychologie, alors que le concept d'algorithme vient des mathématiques.. Ils ne sont pas les seuls d'ailleurs à rencontrer des difficultés pour utiliser ce concept : beaucoup d'anciens thésards viennent me dire « *le concept de schème, on n'arrive pas à s'en servir* ». Et je leur réponds, que moi aussi

j'ai du mal à m'en servir. Il faut payer un certain prix : observer une activité en situation et regarder comment cette activité est engendrée au fur et à mesure, selon les actions précédentes, selon les prises d'information et les contrôles, selon les branchements possibles de l'activité. Et il faut pour cela dénicher les concepts-en-actes et les théorèmes-en-actes qui sont alors mobilisés.

Les exemples sont le seul moyen de convaincre. La théorie se complique avec les invariants opératoires, qui peuvent être explicites, mais qui peuvent également être implicites et même inconscients. Cela pose la question d'une pensée rationnelle inconsciente. Mais que peut bien être « *une pensée rationnelle inconsciente* » pour le commun des mortels ? On peut essayer de faire verbaliser le sujet, mais on est plongé dans une étendue vaste et difficile. Une autre difficulté concerne le statut de l'erreur, puisque les erreurs aussi sont engendrées par des schèmes, et pas seulement par des algorithmes défectueux. En outre certaines erreurs ne sont pas que des erreurs, mais sont produites par des activités rationnelles.

Question n° 9 : La question de la parenté des schèmes avec les algorithmes

Nicolas Paratore : pouvez-vous commenter cette phrase : « *la parenté des schèmes avec les algorithmes est rendue particulièrement visible par l'analyse des erreurs des élèves* ». (Vergnaud, 2002, p.110).

Gérard Vergnaud : l'idée commune est que, si une manière de faire engendre à coup sûr la réussite, les erreurs ne peuvent résulter que du fait que les élèves ne suivent pas assez rigoureusement les algorithmes. Mais alors que font-ils en lieu et place des algorithmes ? Font-ils des choses complètement aberrantes ?

Or quand on regarde ce que font les élèves, on s'aperçoit qu'ils ne font pas n'importe quoi, même s'ils ne réussissent pas. Il faut bien désigner cette organisation de l'activité qui produit autre chose que la réussite. C'est le schème. Les élèves utilisent souvent des schèmes personnels à la place des algorithmes. D'ailleurs quand ils ont du mal à appliquer un algorithme, ils l'adaptent et le transforment en un schème personnel, pour le meilleur et pour le pire : pour le meilleur parce qu'ils arrivent parfois à s'en sortir avec un schème personnel ; et pour le pire, parce que cela les conduit éventuellement à l'échec.

4-En conclusion

Au travers de cet entretien avec Gérard Vergnaud, nous avons voulu questionner principalement l'auteur au sujet du concept d'algorithme. Nous cherchions à obtenir un éclairage à propos de la question de la « *nécessité* » comme autre propriété des algorithmes. Nous avons élargi un tant soit peu notre questionnement notamment au sujet du caractère des situations dans lesquelles peut prendre place un algorithme. Cela fait suite à la lecture d'un article écrit par l'auteur en 1964. Enfin il nous était impossible de ne pas aborder la question des schèmes.

Les propos que nous développons ont été corroborés par Vergnaud. Il y aurait bien deux propriétés des algorithmes : la propriété d'effectivité, déjà connue, et la propriété de nécessité. D'après Vergnaud, cette propriété d'effectivité est rendue possible en raison du rapport de nécessité : « [...]dans le cas de l'algorithme, quand on met en œuvre ces règles d'action, de prise d'information et de contrôle, on aboutit en un nombre fini de pas, en raison des rapports de nécessité entre les propriétés des actions et les propriétés des objets » (idem). Pour qu'un algorithme se termine en un nombre fini de pas, il faut (condition nécessaire) qu'il y ait cette relation.

Cette propriété de nécessité renvoie alors à la question de la rationalité de l'action : « *si l'on se contentait du critère de la finitude qu'en serait-il de la nécessité, de la rationalité ?* » Vergnaud (ibidem).

Les algorithmes prennent leur sens dans les situations nécessaires et productives. Ils

permettent d'obtenir des réussites à coup sûr en produisant des effets sur le monde.

Si l'on veut introduire un peu de rationalité dans les procédures transmises (et plus ou moins imposées) par la culture, de manière à leur prêter l'idée d'algorithme, il conviendrait à tout le moins d'explicitier les relations entre les propriétés des actions et les propriétés des objets : pourquoi on fait ceci, cela ? Comment ça marche ?

Quand les règles d'action, de prise d'informations et de contrôle n'aboutissent pas en un nombre fini de pas, on peut se contenter de dire que les sujets ne suivent pas correctement les algorithmes. Mais la question est alors de savoir ce qu'ils font Vergnaud (ibidem), « *ils transforment ce qu'ils ont appris en schèmes personnels ; pour le meilleur et pour le pire, comme je l'ai dit plus haut* ».

Nous remercions vivement Gérard Vergnaud d'avoir bien voulu se prêter à cet entretien.

BIBLIOGRAPHIE

Activité Humaine et conceptualisation. Questions à Gérard Vergnaud. Presses Universitaires du Mirail. 2007.

Guiet, J. (2007). *De l'histoire des sciences à la conceptualisation - Un exemple : la division.*

In *Activité Humaine et Conceptualisation. Questions à Gérard Vergnaud.*

Presses Universitaires du Mirail. 2007

Vergnaud, G. (1964). Essai de classification des situations d'apprentissage, *Bulletin du C.E.R.P.*, 13, pp. 145-155.

Vergnaud, G. (1991). *La théorie des champs conceptuels. Recherche en Didactique des mathématiques*, 10, pp. 133-170.

Vergnaud, G. (2001). *Psychologie du développement cognitif et évaluation des compétences.*

In *L'activité évaluative réinterrogée. Regards scolaires et socioprofessionnels.* 2001, pp. 43-51

Vergnaud, G. (2002). L'explication est-elle autre chose que la conceptualisation ? In F. Leutenegger et M. Saada-Robert (Eds). *Expliquer et comprendre en sciences de l'éducation.* Bruxelles, de Boeck.